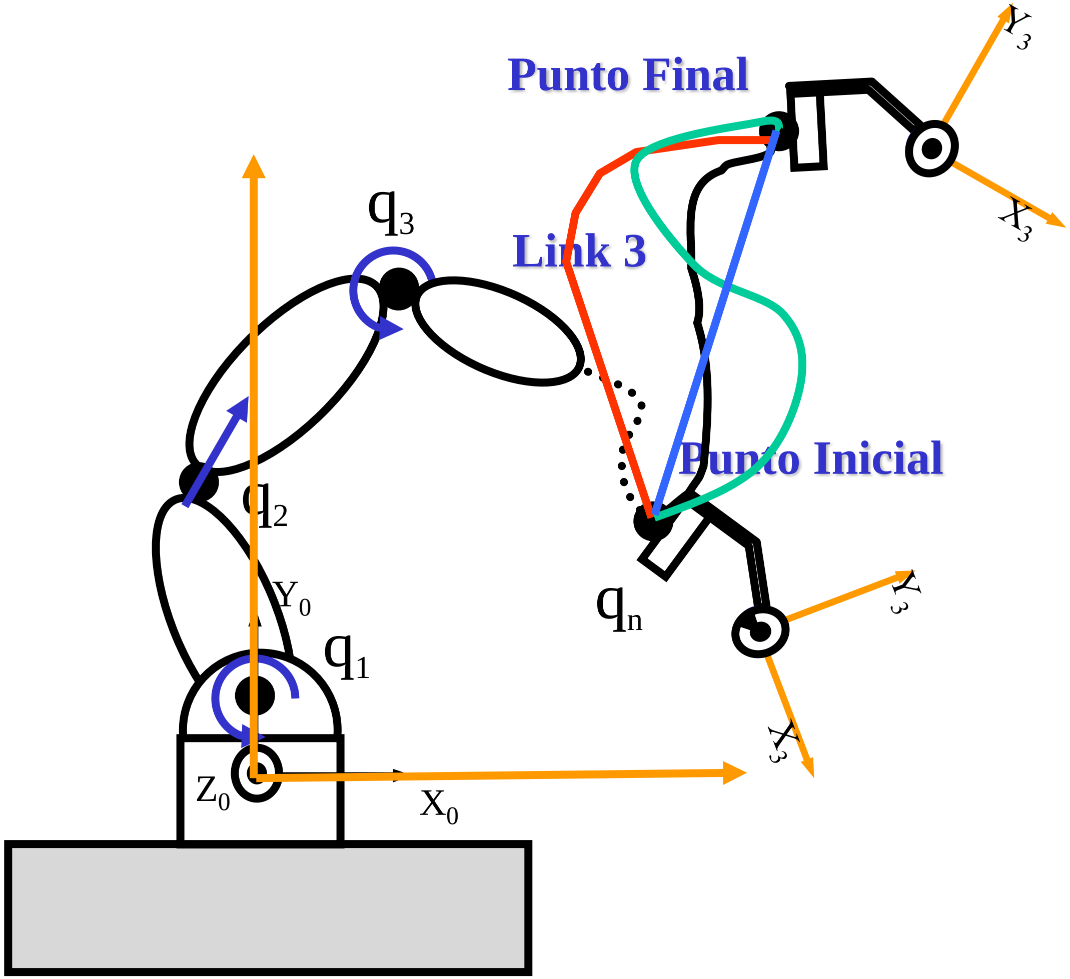
Fundamentos de Robótica:
Control de movimiento de manipuladores

Juan Carlos Grieco, Universidad Simón Bolívar

Gerardo Fernández L, Universidad Simón Bolívar

Planificación de trayectorias…



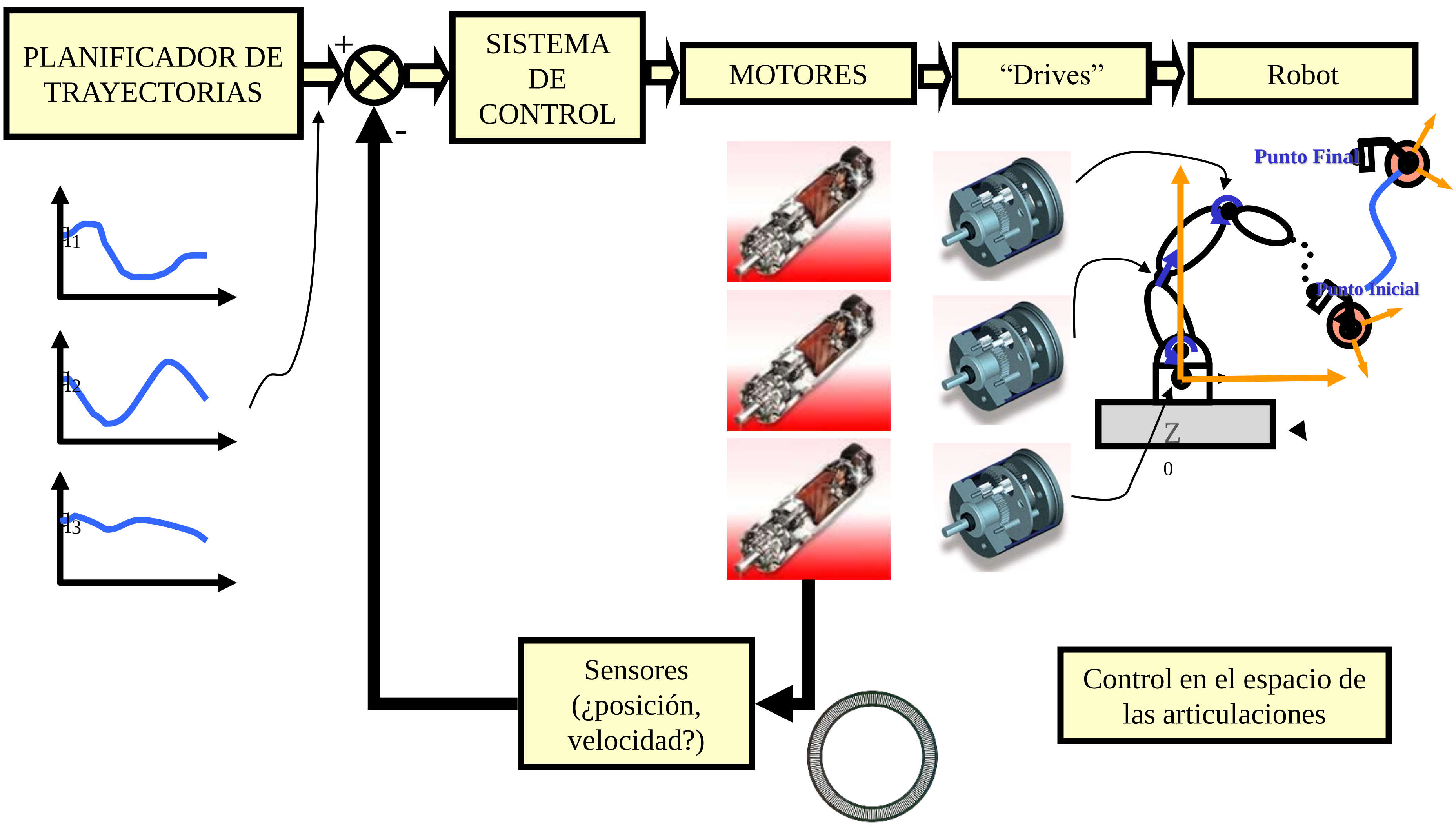
Problema

¿Cómo ejecutamos la trayectoria planificada?

Control

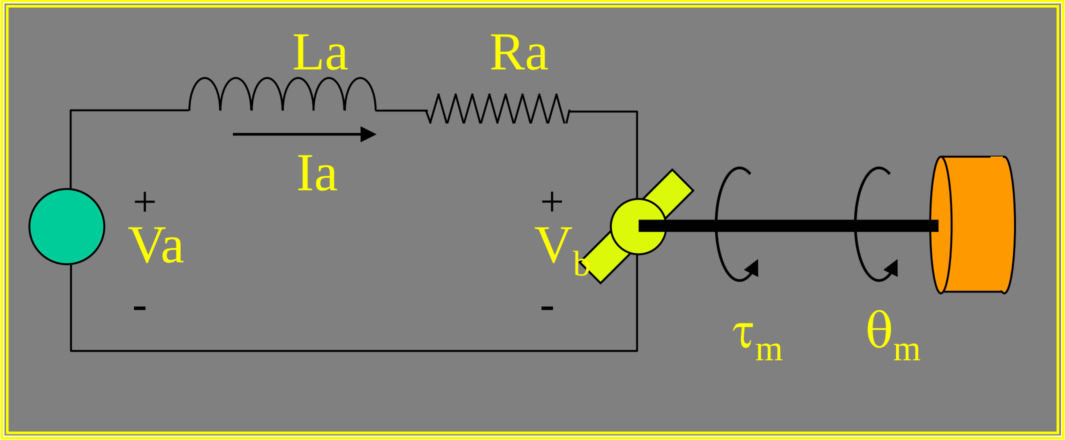
Las trayectorias son las referencias del movimiento

El problema de control…



El modelo del actuador típico…

- *El motor DC controlado por voltaje de armadura*



$$Va - La\frac{dia}{dt} - ia * Ra - Vb = 0$$

$$Va = La\frac{dia}{dt} + ia * Ra + Vb$$

Ecuaciones eléctricas

$$Vb = Km * \omega_m$$

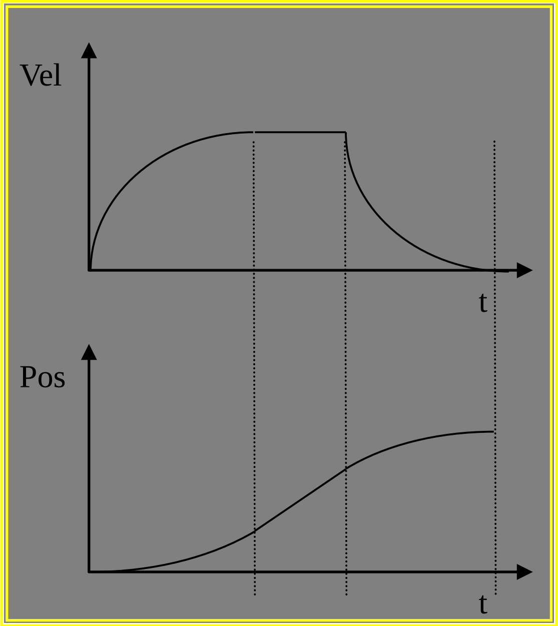
$$Va(s) = La * sIa(s) + Ia(s) * Ra + Vb(s)$$

$$Va(s) - Vb(s) = Ia(s) * (La * s + Ra)$$

Ecuaciones mecánicas

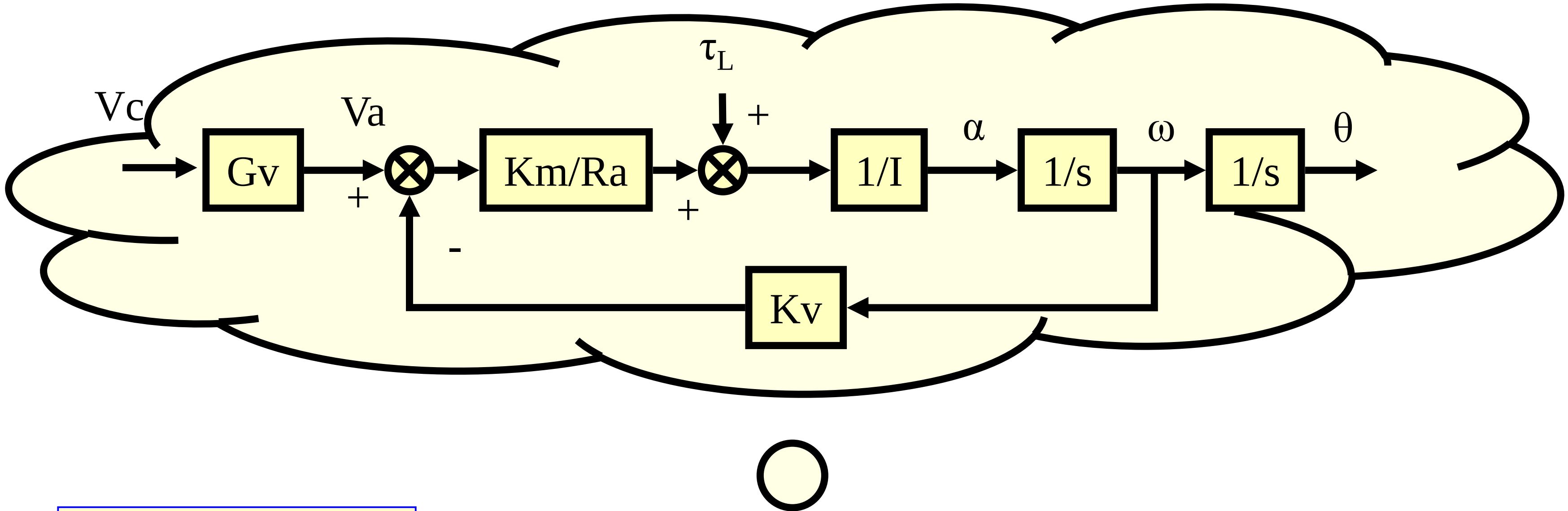
$$J\frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m = \tau_m - \tau_L$$

$$J * s\omega_m(s) + B\omega_m(s) = \tau_m(s) - \tau_L(s)$$

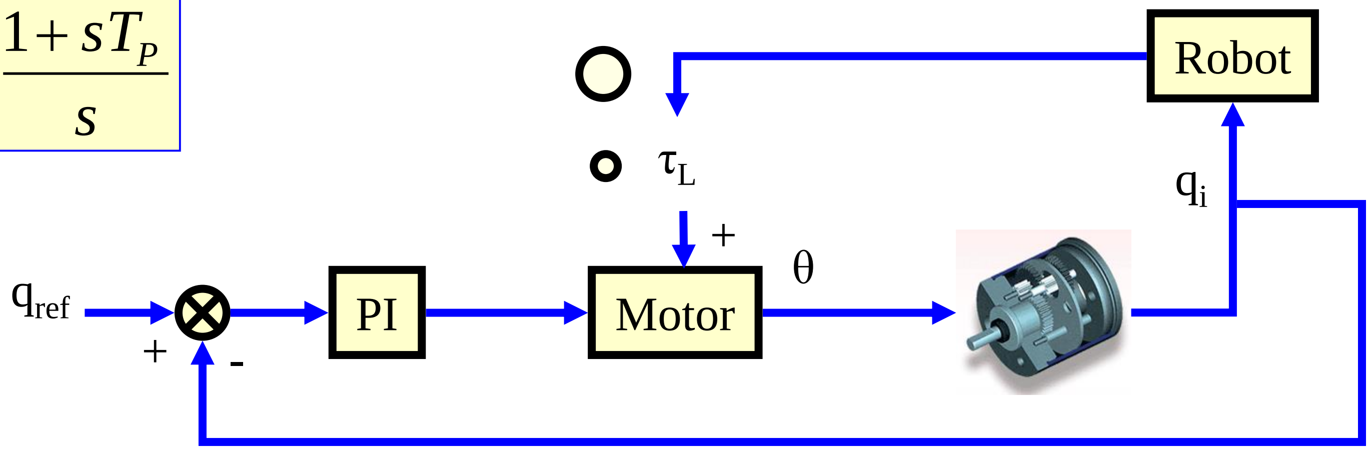


Control del motor

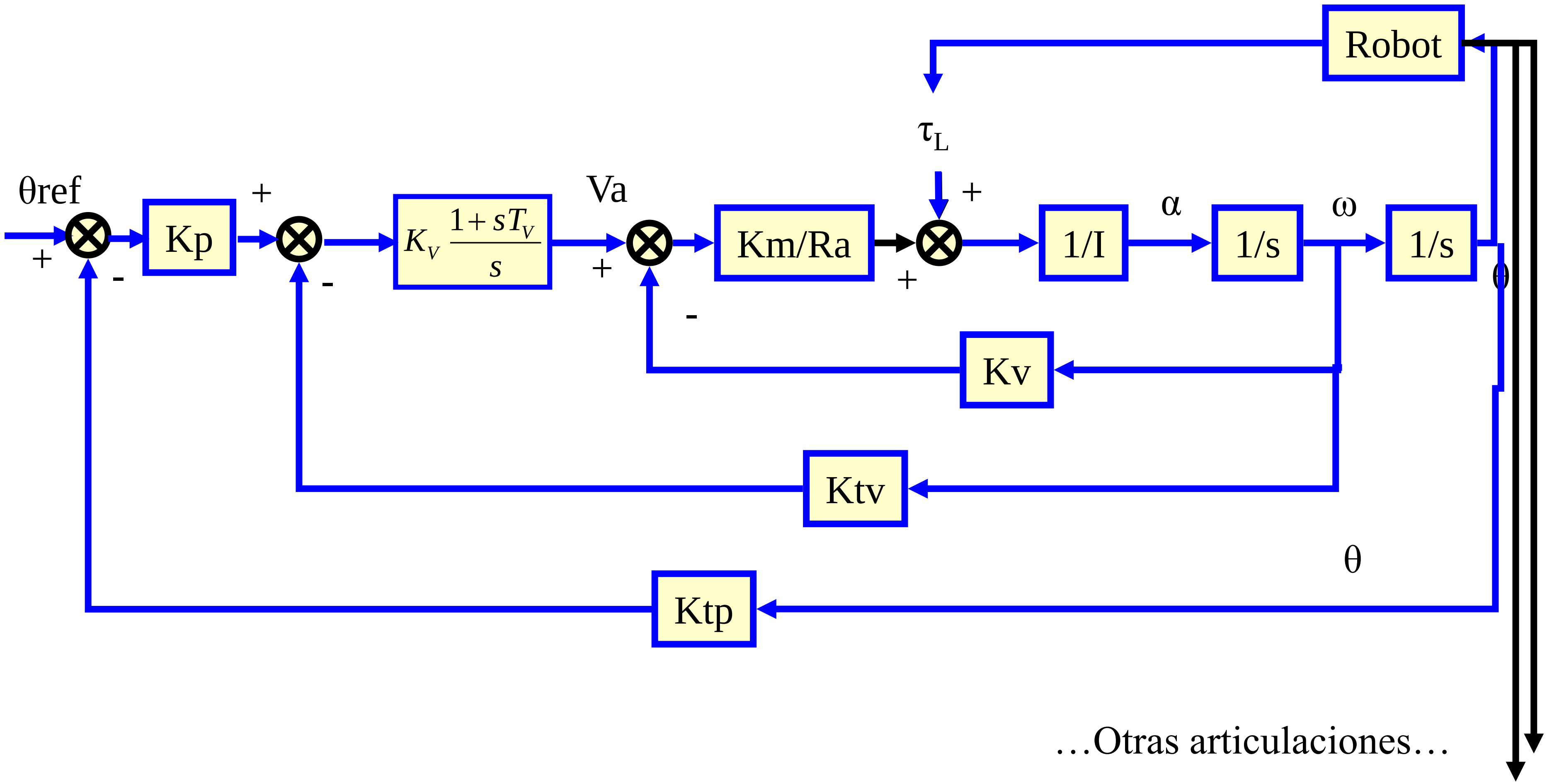
Control independiente de las junturas



$$PI = K_P \frac{1 + sT_P}{s}$$



Control de posición y velocidad



Control basado en el modelo: Par calculado

$\tau = M(q)\ddot{q} + V(q,\dot{q}) + G(q) + F(q,\dot{q})$

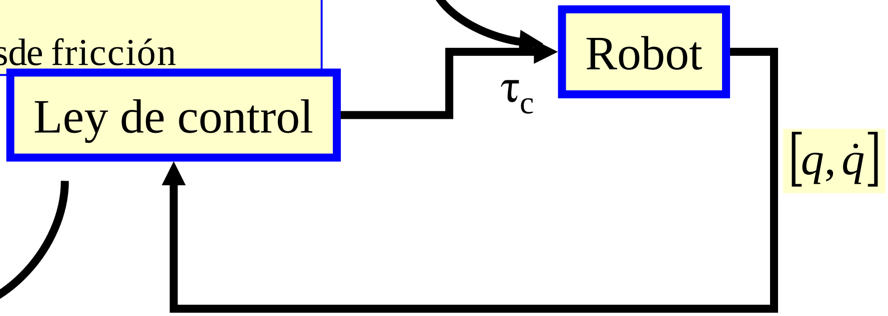
q es el vector de articulaciones

M es la Matriz de Inercia

V es un vector de fuerzas de Coriolis y centrífugas

G es el vector de Gravedad

F es un vector con los efectos de fricción



$$\tau_c = \tau = \hat{M}(q)\left(\ddot{q}_d + K_v\dot{e} + K_p e\right) + \hat{V}(q,\dot{q}) + \hat{G}(q) + \hat{F}(q,\dot{q})$$

Control basado en el modelo: Par calculado

$$M(q)\ddot{q}+V(q,\dot{q})+G(q)+F(q,\dot{q})=\hat{M}(q)\left(\ddot{q}_d+K_v\dot{e}+K_pe\right)+\hat{V}(q,\dot{q})+\hat{G}(q)+\hat{F}(q,\dot{q})$$

$\Rightarrow$

$$\ddot{e}+K_v\dot{e}+K_pe=\hat{M}^{-1}\left[\left(M-\hat{M}\right)\ddot{q}+\left(V-\hat{V}\right)+\left(G-\hat{G}\right)+\left(F-\hat{F}\right)\right]$$

donde e es el error q_d-q

Si el modelo es EXACTO, el lado derecho es cero...

Si no es cero, podemos considerar que es pequeño:

$$\tau_d=\left[\left(M-\hat{M}\right)\ddot{q}+\left(V-\hat{V}\right)+\left(G-\hat{G}\right)+\left(F-\hat{F}\right)\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{e}+K_v\dot{e}+K_pe=\hat{M}^{-1}\tau_d$$

K_v y K_p se eligen mediante la solución del sistema de 2do orden clásico:

$$s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2\equiv s^2+K_vs+K_p$$

luego

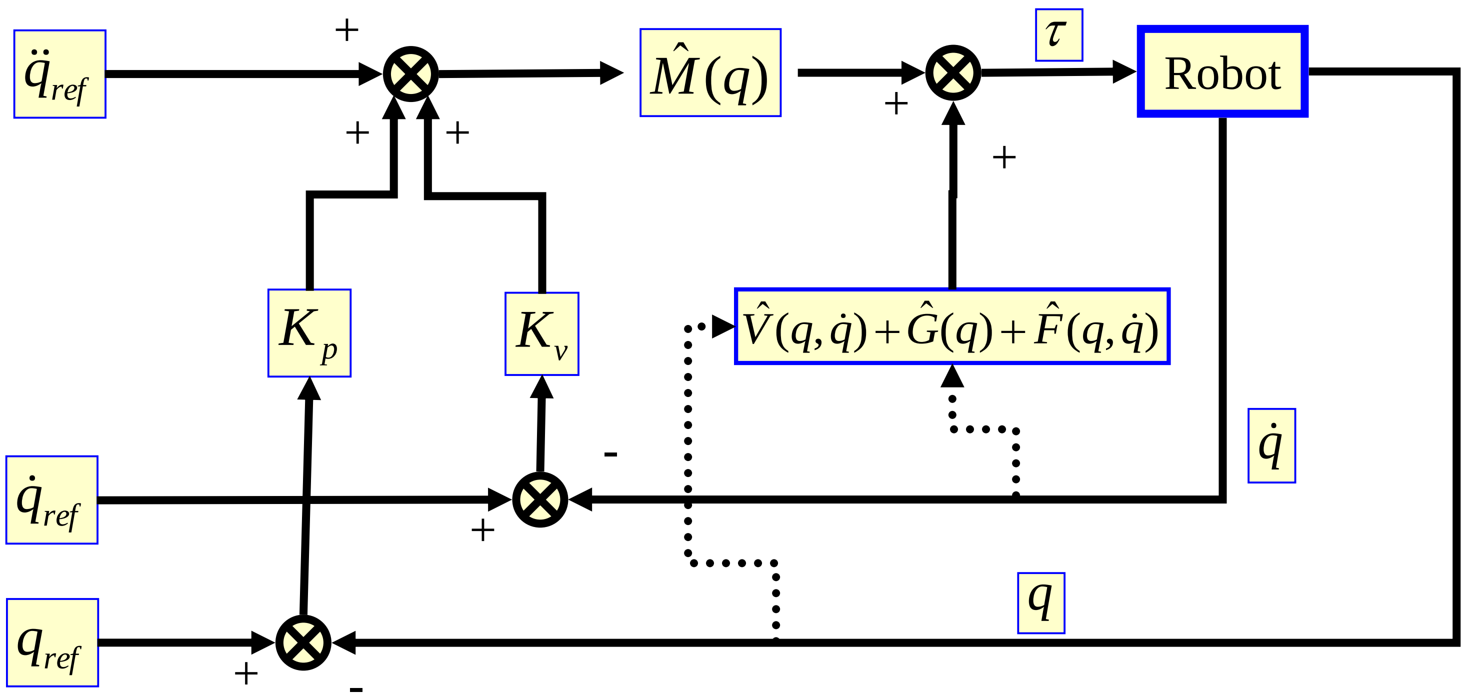
$$\omega_n=\sqrt{K_p}$$

$$2\xi\sqrt{K_p}=K_v$$

$$\xi=\frac{K_v}{2\sqrt{K_p}}$$

Recordemos que para amortiguamiento crítico $\xi=1$

Control basado en el modelo: Par calculado



$$\text{Ley de control} = \tau = \hat{M}(q)\left(\ddot{q}_d + K_v\dot{e} + K_p e\right) + \hat{V}(q,\dot{q}) + \hat{G}(q) + \hat{F}(q,\dot{q})$$

Control en el espacio cartesiano